

Trabajo de Investigación  
("Treball de recerca")

**Reglas de cálculo:**

# 1.-INTRODUCCIÓN.

Este trabajo trata de la regla de cálculo, mostraremos el funcionamiento y las aplicaciones que podemos conseguir con este instrumento matemático.

¿Qué es una regla de cálculo?

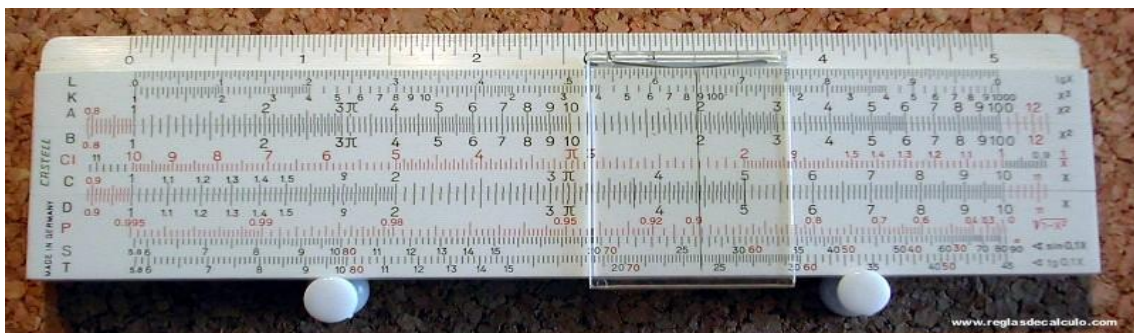
La regla de cálculo es un instrumento de cálculo analógico, dentro de este apartado un instrumento logarítmico. A simple vista podemos observar que contiene una serie de escalas numéricas cuyo uso es facilitar la realización de operaciones matemáticas. Las operaciones se efectúan ejecutando movimientos con las piezas que más adelante explicaremos.

Anteriormente las reglas de cálculo eran como las calculadoras que hoy en día disponemos, se podían hacer cálculos a rápidamente a parte de ganar velocidad mental a la hora de hacer operaciones ya que no eran como una máquina y los usuarios tenían que hacer algunos cálculos.

El funcionamiento de las reglas de cálculo está basado en los logarítmicos que permiten ejecutar los cálculos rápidamente, pero al funcionar así dispone de una precisión limitada, más adelante haremos una explicación detallada de los logarítmicos.

Las reglas de cálculo se pueden clasificar según los sistemas que contienen una serie de escalas, las más utilizadas son:

- Sistema Soho
- Sistema Mannheim
- Sistema Rietz
- Sistema Darmstadt



**Figura 1.1- Regla de cálculo: Sistema Darmstadt**

¿Por qué escogí este tema?

Escogí como tema las matemáticas porque me gustan bastante y tengo facilidad para aprender, aparte que me gusta practicarlas. Cuando mi profesora me comentó este tema, ya que nunca me habían hablado de ellas, empecé a mirar un poco por las redes.

El tema me parece muy interesante porque la regla de cálculo anteriormente se usaba para calcular cualquier tipo de operación matemática como por ejemplo las raíces, logaritmos y trigonometría. En la actualidad pocas personas tienen o usan reglas de cálculo ya que con una calculadora es más rápido y simple a la hora de hacer operaciones.

La regla de cálculo es un instrumento de cálculo analógico complejo con el cual es posible resolver varias operaciones. Los alumnos actuales simplemente sabemos lo que es una pero nunca hemos operado con ella y aprender a manejarla sería un gran objetivo para este trabajo, ya que me llama la atención que con una regla sea posible resolver todo tipo de operaciones.

Yo creo que poner en práctica la regla de cálculo es útil, nos proporciona una forma visual y diferente de ejecutar los cálculos rápidamente. Es un buen ejercicio mental para producir el resultado más rápido y preciso.

Actualmente el uso de la regla de cálculos no son todas ventajas porque el uso de las calculadoras nos proporcionan una facilidad a la hora de hacer los cálculos y no necesitamos pocos conocimientos para su uso, en cambio las reglas de cálculo tienen un uso más complicado porque necesitas entender el funcionamiento de cada escala para proporcionar el resultado correcto. Esto aparte de ser una desventaja porque el uso de la regla de cálculo es más lento, se puede ver como ventaja porque hay partes que se tienen que hacer mentalmente y ganas una buena agilidad mental.

## 2.-CONTEXTO HISTÓRICO.

### **2.1-Historia de la regla de cálculo**

John Napier\* inventó los logaritmos en 1614, y hacia los años 1620-30 ya se inventaba la primera regla de cálculo basada en logaritmos. Las primeras reglas de cálculo aparecieron en Inglaterra y se desarrollaron en este país durante los siglos XVI al XIX. Los matemáticos de otros países empezaron a importar la regla inglesa, los franceses la importaron y empezó a fabricarse en el 1820\*. En España tuvimos que esperar hasta 1892 y la importamos de Francia.

Desde que se inventó la regla de cálculo en Inglaterra, Oughtred\* en 1625, empezó a evolucionar rápidamente creándose diferentes tipos y modelos. Las primeras reglas de cálculo eran necesarias para la navegación, el cálculo de aranceles en las aduanas y más tarde, con la revolución industrial, la creación de máquinas y varios elementos más, en diferentes ingenierías empezaron a surgir los problemas y aparecieron varios modelos de reglas de cálculo creadas en los siglos XVII y XVIII para diferentes especialidades.

A principios del siglo XIX aparece una regla de cálculo universal con varias aplicaciones al mismo tiempo, una regla general, sin estar especializada que da paso al origen de las reglas modernas. Esta regla fue desarrollada por el científico francés Jomard\* en un viaje que hizo a Inglaterra en 1815 vió la gran utilidad de las reglas y cuando llegó a Francia con la ayuda de la Industria aportó todo lo posible para que en la sociedad francesa se introdujera la regla de cálculo.

Más tarde en 1820, Lenoir\*, desarrollador de instrumentos de precisión se empezó a fabricar reglas de cálculo adaptadas al mercado francés (cm en vez de pulgadas...). Desde 1867 Gravet\* continúa la fabricación de reglas en Francia hasta acabada la segunda guerra mundial.

A mediados del siglo XIX en Francia había manuales de reglas de cálculo que explicaban la utilización de esas reglas que empezaban a ser obligatorias en los exámenes de entrada de las escuelas de militares e ingenieros.



**Figura 2.1-Primera regla de cálculo**

## 2.2-La regla de cálculo en España

Las primeras referencias que tenemos de la regla de cálculo en España se encuentran en el libro del matemático Joseph Zaragoza\*, escrito en 1675. El autor nos describe algunos instrumentos matemáticos además fue el primer matemático en publicar tablas de logaritmos en España.

Durante los siglos XVII y XVIII los logaritmos se utilizaron en la navegación marítima los siguientes medios de cálculo: las tablas de logaritmos, la escala de Gunter que representa los logaritmos en una escala lineal graduada, similar a una regla de cálculo y otras tablas similares.

Estas herramientas solían estar explicadas en libros de matemáticas, o de navegación, donde se podía observar las diferentes escalas y la manera de utilizarlas con problemas de navegación.

La regla de cálculo francesa Lenoir\* aparece en España en 1834, destacamos un artículo en el Diccionario Tecnológico: “la regla de cálculo traída de Francia puede hacer cálculos fácilmente, todo tipo de operaciones como la multiplicación, la división, las raíces...” pero no hay pruebas de que haya tenido uso en España.

La primera regla de cálculo que se trajo a España fue La regla ‘a cubierta de vidrio’ de Lalanne en 1852, se trata de una regla francesa. En un catálogo de 1863 citado por el constructor De Deleuil confirma la existencia de un manual en español para el uso en España.

Más tarde Juan Monjo y Pons\* edita en 1862 un libro, en él se proponen hacer un manual en español para la regla de cálculo francesa Lenoir que ya llevaba en España un tiempo pero sin usarse. En su libro tiene muchas páginas de teoría y otras con muchos ejemplos gráficos para que se aprenda rápidamente. Explica las ventajas y el uso universal de este instrumento.

En esa misma época se pueden encontrar muchos libros matemáticos que no hablan de la regla de cálculo si no de las tablas de logaritmos ya que en España al no ser tan económica poca gente la conocía. La obra *Tablas de Logaritmos* de Vazquez Queipo hace una presentación de las tablas de logaritmos, de su beneficio y muchos ejemplos de la vida práctica, pero no menciona en ningún momento las reglas de cálculo.

A finales del s. XIX y principios del s. XX La influencia de las reglas francesas se expande y aparecen reglas fabricadas en otros países, incluso en España, empieza la expansión de las reglas de cálculo por todo el mundo.

### 3.Partes de la regla de cálculo

La regla de cálculo más frecuente es las de 10 pulgadas, unos 25 cm junto con la de 5 y 20 pulgadas son las más recomendadas para comprar. A continuación explicaré las partes de las reglas de cálculo más generales.

La regla de cálculo está formado por: la regla, la reglilla y el cursor (figura 3.1). En la gran mayoría de reglas el cursor está formado por dos pestañas metálicas que se unen en sus extremos con tornillos. La pestañita metálica está formada por un cristal o plástico transparente con una línea vertical para facilitar en el momento de operar o de leer soluciones.

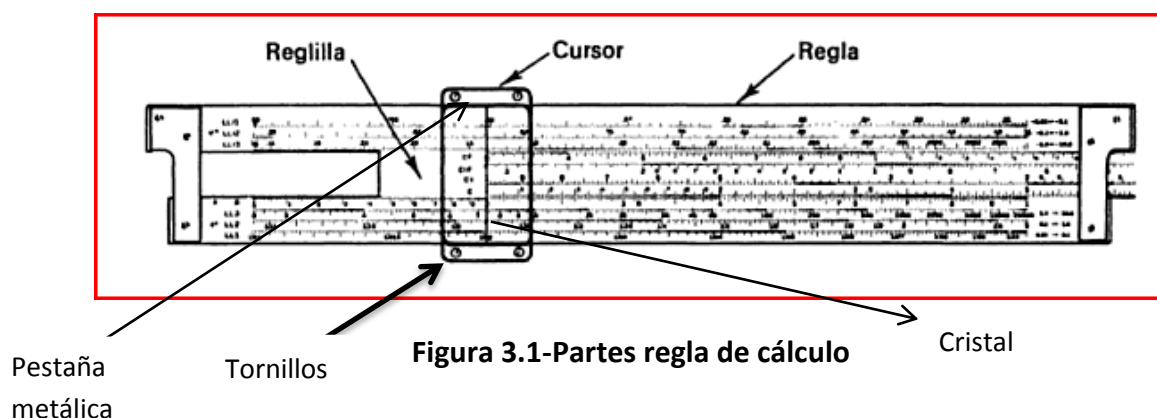
El cursor se puede ajustar y cuando observamos una regla de cálculo vemos que la línea vertical se va trasladando.

En las reglas de cálculo el cursor se puede ajustar en la parte inferior y superior, la forma de ajustarlo es colocar correctamente los tornillos y para comprobar si está bien ajustados, hay que alinear los números iniciales de la reglilla junto a los números iniciales de la regla. Alineando de esta forma tendría que coincidir sobre los números iniciales de los dos lados, si no es así se tendrán que mover los tornillos y poner todo correctamente.

La regla ha de adaptarse para que la reglilla pueda moverse sin dificultades con un pequeño esfuerzo. Si no está bien adaptada, es decir, que el movimiento de la reglilla necesita un gran esfuerzo o está muy floja y se mueve sola, produciría errores en los resultados.

La reglilla es la parte central deslizante para efectuar la gran mayoría de operaciones, donde podemos encontrar algunas escalas, la parte general llamada regla es la parte fija donde se encuentran las otras escalas.

El número de escalas de una regla de cálculo dependerá de los cálculos que quieras hacer o del uso que le vayamos a dar, por ejemplo una regla log log permite efectuar las operaciones más comunes rápidamente o una regla de cálculo para operar con operaciones complejas tendrá otro tipo de escalas.



## 4.TIPOS DE REGLAS DE CÁLCULO COMUNES

A continuación podremos observar los tipos más básicos y comunes de una regla de cálculo, los más utilizados.

### **Cuerpo lineal cerrado**

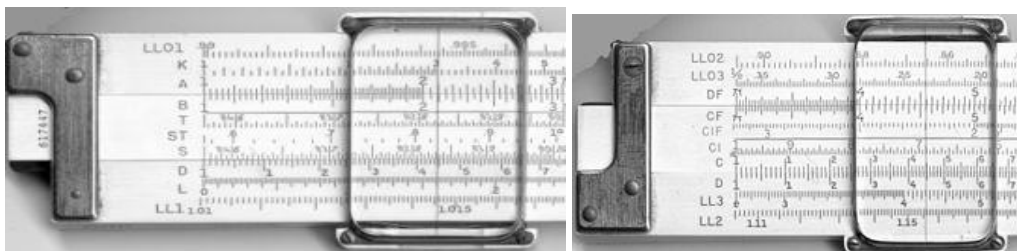
A veces llamado simplex. Cuenta con un sólido apoyo en las pestañas metálicas y cuenta con escalas en una sola cara.



**Figura 4.1- Dietzgen 1771, 12.5 cm, plástico, simplex, USA**

### **Cuerpo lineal abierto**

La parte de atrás también cuenta con una serie de escalas para inscribir datos numéricos, a los modelos así se les suele llamar dúplex.



**Figura 4.2- dúplex K&E 4081-3, doble cara**

### **Circular**

La regla de cálculo circular es muy ventajosa ya que contiene la misma longitud de las escalas pero de forma más compacta. Pero al no conseguir ser popular, tampoco consiguió mucho uso.



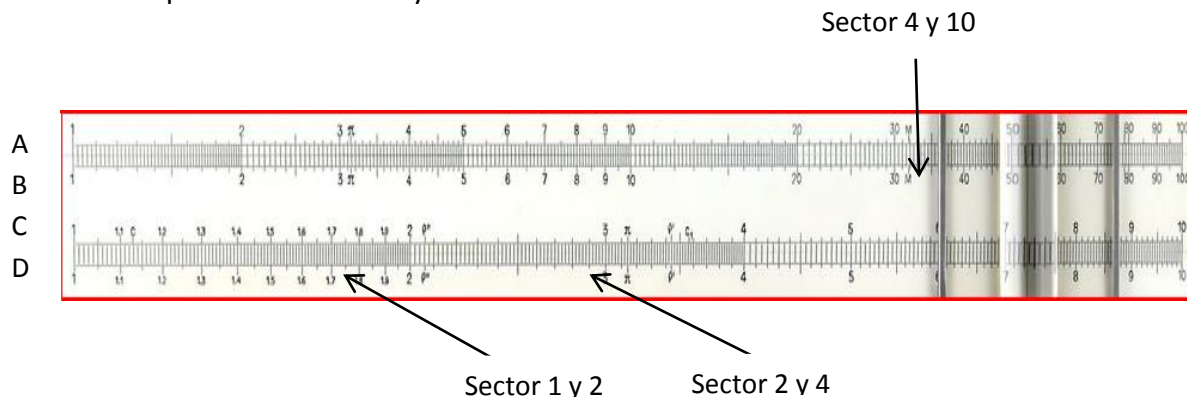
**Figura 4.3- Regla de cálculo circular**

## 5.-LECTURA DE LAS ESCALAS

La lectura es muy importante para poder entender claramente cómo funciona una regla de cálculo para procurar no caer en los errores fundamentales.

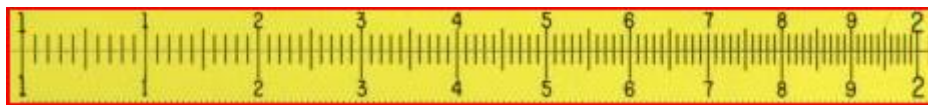
Para empezar elegiremos entre las muchas escalas las más importantes para aprender su lectura: haremos la lectura de las escalas más importantes llamadas A y B situadas en la parte superior, y otras dos situadas en la parte inferior, llamadas C y D. Las escalas A y D situadas en la regla, la parte fija, y las escalas B y C situadas en la reglilla la parte móvil.

Cuando se encuentran en su posición normal, es decir, sin sobresalir por ningún extremo de la regla, se verá que coinciden entre sí las escalas superiores A y B, lo mismo que las inferiores C y D.



### **El sector entre 1 y 2.**

En el sector entre 1 y 2 vemos grabadas décimas, es decir, 1,1; 1,2; 1,3; ... hasta el 1,9 y entre ellas nuevas divisiones decimales, pero no cifradas porque las escalas ganan claridad si llevan menos inscripciones.



**Figura 5.1- Sector entre 1 y 2**

### **El sector entre 2 y 4**

El sector entre 2 y 4 está dividido uniformemente, contiene también décimas pero sin indicaciones. Leeremos cada división de esta forma, 2,00; 2,02; 2,04 hasta el 3,96; 3,98; 4.



**Figura 5.2- Sector entre 2 y 4**



## El sector entre 4 y 10

El sector entre 4 y 10 sólo van grabadas las décimas y sus mitades. Al leerlo empieza 4,00; 4,05; 4,10 y termina en 9,90; 9,95; 10.

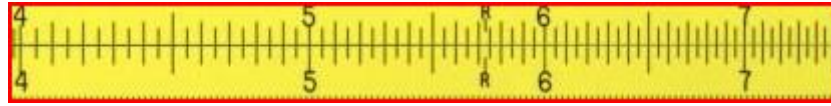
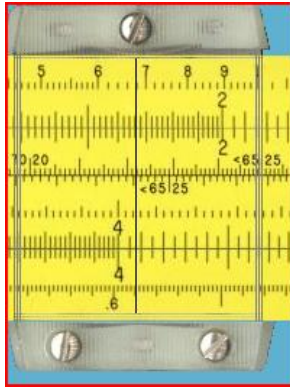


Figura 5.3- Sector entre 4 y 10

### 5.1-Ajustes en las escalas

Al operar con la regla de cálculo, los valores no corresponderán siempre a unos números determinados y es posible que varias veces estén entre dos. En estos casos es preciso saber leer con exactitud para que el error no vaya creciendo, lo cual se consigue con un poco de práctica. Para la aproximación no ocurre en todos los sectores de la regla, dependiendo del sector se tendrá que aproximar más o menos.



Por ejemplo en esta imagen nos situamos en el sector entre el 4 y el 10, en este caso tenemos que darle el valor que más se le aproxime  $\approx 4,07$

Normalmente se tantea entre 2 y 5 de las escalas superiores y entre 4 y 10 de las inferiores. Vamos pues colocando el trazo del cursor sobre cualquier punto en los citados sectores, para ejercitarnos en la lectura de los valores respectivos, en los otros sectores se puede aproximar con más exactitud. Más

dificultad hay cuando nos encontramos en el sector 1 y 2 de las escalas superiores y en el sector 2 y 4 de las inferiores. Es indispensable dominar por completo la técnica de ajustar y leer, antes de pasar a los cálculos en sí.

## 7.-SISTEMAS COMUNES

El sistema Soho fue el primero que empezó a coger uso rápidamente, tenía un sistema de aplicación de escalas sencillo y empezó a fabricarse a gran escala.

### 7.1-Sistema Soho

Este sistema empezó a fabricarse a partir del año 1800 con unas características determinadas, fue uno de los primeros sistemas compuesta por cuatro escalas A, B, C, D (escalas básicas).

La escala A está situada en la parte superior de la regla con un doble rango de 1 a 10, es la escala que sirve para calcular los cuadrados.

La escala B está situada en la parte superior de la reglilla, su uso es para el cálculo de multiplicación, división, raíces cuadradas y cuadrados.

La escala C está situada en el borde inferior de la regla, sirve para el apoyo del cálculo de logaritmos y senos en la parte móvil de la regla.

La escala D situada en la parte inferior de la regla con un rango único de 1 a 10 que es igual que la C pero en la parte fija de la regla que sirve para el cálculo de multiplicación, división y operaciones con regla de 3.



**Figura 7.1-Sistema Soho**

## 7.2-Sistema Mannheim

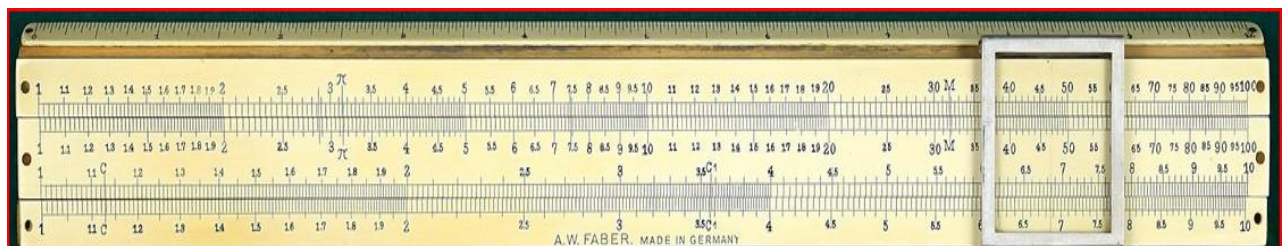
El sistema Mannheim empezó a fabricarse un poco más tarde sistema Soho con unas características similares a las del Soho con 4 escalas pero con un sistema mejorado, reorganizando la situación de las escalas, hasta el 1930 no vario el número de las escalas, la gran mayoría de Reglas utilizaban solo estas 4 escalas.

La escala A situada en la parte superior de la regla similar a la regla anterior pero con un rango del 1 a 100, es la escala que sirve para calcular los cuadrados.

La escala B situada en la parte superior de la reglilla que es igual a la anterior, tiene el mismo uso que en el sistema Soho, resolver operaciones de multiplicación, división, raíces cuadradas y cuadrados.

La escala C situada en la reglilla debajo de la B con un rango simple del 1 a 10 con el mismo uso y casi sin variaciones, que sirve para ayudar al cálculo de logaritmos y senos en la parte móvil de la regla.

La escala D situada en la parte inferior de la regla igual que la C pero en la parte fija de la regla.



**Figura 7.2-Sistema Mannheim**

### 7.3-Sistema Rietz

El sistema Rietz es una combinación del sistema Mannheim con unas escalas nuevas añadidas, las primeras reglas de este sistema aparecieron alrededor del 1925, contiene las 4 escalas básicas A, B, C, D ya explicadas anteriormente, las escalas básicas son iguales que en el sistema Mannheim.

La escala K situada por encima de la escala A con un rango de 1 a 1000, es un sistema cubico, con triple ciclo logarítmico.

La escala L también por encima de la escala A, que tiene uso de escala lineal para la obtención de logaritmos comunes.

La escala S situada inferior a la D que sirve para la obtención de senos.

La escala T situada inferior a la D que sirve para la obtención de tangentes.

La escala ST situada por debajo de la D que tiene de utilidad la obtención de senos y tangentes de ángulos de pequeño valor.

La escala CI situada entre la B y la C de la reglilla, que es inversa a la escala C, se lee inversamente y está marcada para poder recordarlo.



Figura 7.3-Sistema Rietz

### 7.3-Sistema Darmstadt

El sistema Darmstadt consiste una reorganización de las escalas que anteriormente describimos y añadiéndole nuevas escalas, las primeras reglas de este sistema aparecieron alrededor de 1935 que contiene las escalas LL1 LL2 y LL3, llamadas log-log, en un principio situadas en el reverso de la regla.

Contiene las escalas del sistema Rietz las mismas pero se le añade la escala P.

La escala P nombrada pitagórica que tiene el valor de la formula situada por debajo de D o L con lectura inversa igual que CI.

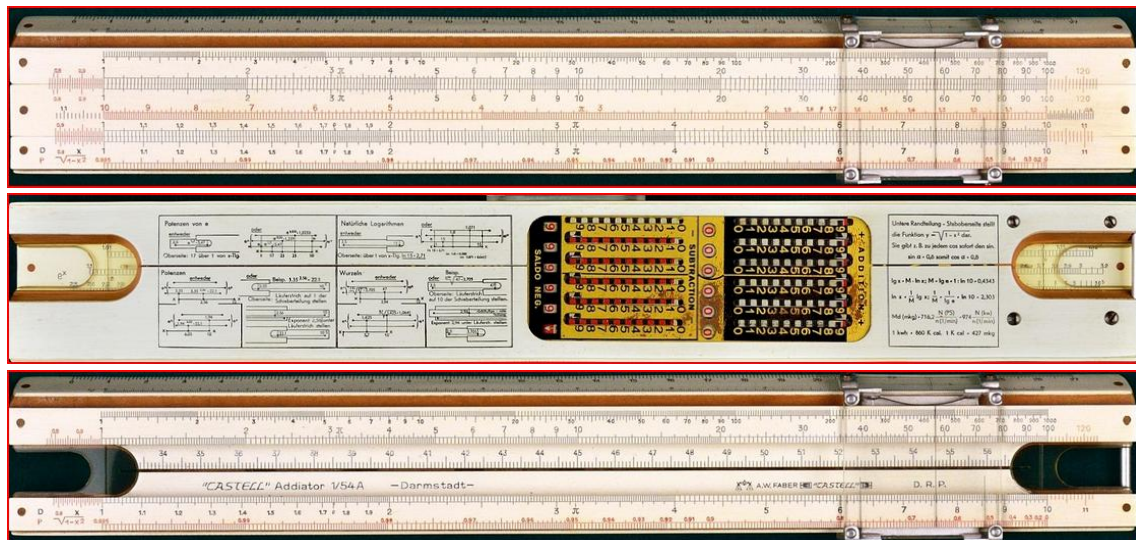


Figura 7.4-Sistema Darmstadt, el sistema más completo. 3 posiciones posibles

## 8.-¿Qué son los logaritmos?

### 8.1-Los Logaritmos

Los logaritmos fueron inventados por John Napier\* en 1614, buscaba una forma de hacer multiplicaciones y divisiones a través de sumas y restas para que fueran mucho más fáciles de realizar. Y entonces creó un grupo de números imaginarios que se pueden substituir por los reales, es decir, dado un número real a positivo i diferente de 1, se llama logaritmo en base a de un numero p, i se representa  $\log_a p$ , el exponente al cual se ha de elevar la base para obtener p.  $\log_a P=x \rightarrow a^x = p$ .

Los logaritmos creados por Napier se basan en una constante,  $e = 2,71828....$  Más tarde en 1617 el matemático Henry Briggs\* creó los logaritmos a base 10 que son menos complicados.

Los logaritmos en base 10 son más convenientes, el logaritmo de 1 es 0, el logaritmo de 10 es 1, el logaritmo de 100 es 2... Cuando operáramos con el logaritmo de un número entre el 1 y 10 estará entre el 0 y el 1 y cuando operáramos con el logaritmo de un número entre 10 y 100 estará entre 1 y 2.

Lo más importante es la propiedad que permite calcular la multiplicación simplemente con la suma de los logaritmos:

$$\text{Log} (A * B) = \text{Log}(A) + \text{Log}(B)$$

Por ejemplo para calcular:	$c = 10 \times 100$
Aplicamos log en ambos miembros:	$\text{Log}(c) = \text{Log}(10 \times 100)$
Aplicamos la propiedad:	$\text{Log}(c) = \text{Log}(10) + \text{Log}(100)$
Reemplazamos:	$\text{Log}(c) = 1 + 2$
Sumamos:	$\text{Log}(c) = 3$
Despejamos C:	$c = \text{Anti log}(3)$
Reemplazamos:	$c = 1000$

Podemos hacerlo con cualquier numero siguiendo este ejemplo, así funcionan los Log.

## 9.-OPERACIONES BÁSICAS CON REGLA DE CÁLCULO

Para la resolución de problemas con la regla de cálculo hay dos etapas. En la primera fase la regla se utiliza para determinar los dígitos en el resultado final, la segunda etapa muestra la ubicación de la coma decimal en el resultado. Primero explicaremos la coma decimal para poder operar bien y luego las operaciones.

### **9.1-La coma decimal**

La regla de cálculo no indica la colocación de la coma decimal, pero ésta se halla mediante un cálculo mental con cifras enteras.

Tanto al dividir como al multiplicar, al utilizar números grandes o decimales tienes que saber utilizar la coma decimal, hay diversos métodos para colocar la coma decimal en los resultados obtenidos en la regla de cálculo. El método más utilizado es el de la aproximación.

El método de la aproximación significa simplemente redondear los números y mover las comas, de modo que una simple aproximación puede acercarse a la solución y a la posición exacta.

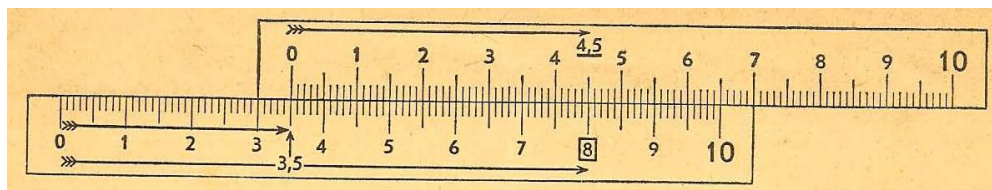
En las reglas de cálculo al operar está en el mismo lugar el 0,8, el, 0,0008 que el 8, es decir, una regla de cálculo no entiende de comas decimales es el usuario que debe aprender a manejarla.



## 9.2-Suma y Resta

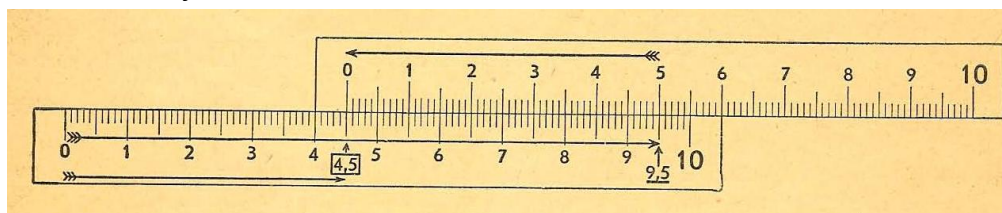
La suma y la resta no en todos los modelos de reglas de cálculo son posibles, a continuación pondremos un ejemplo con los modelos de Faber Castell. Para la suma y la resta la regla tiene que empezar a estar numerada por el 0.

- 1- Para empezar a sumar tenemos que colocar el 0 sobre el número que queremos sumar, en este caso  $3,5+4,5=8$  el 3,5 y el 4,5 han sido añadidos uno al otro. En el ejemplo hemos alineado el 3,5 con el 0 y más tarde hemos observado lo que ponía en la suma, debajo del 4,5.



**Figura 9.1-Ejemplo suma**

- 2- Para empezar a restar es igual solo que hay que leer diferente. En el ejemplo podemos observar la operación  $9,5-5=4,5$  es igual que en la suma solo que varía la escala que hay que leer. Colocamos 9,5 alineado con el 5 y lo que se observe debajo del 0 es el resultado.

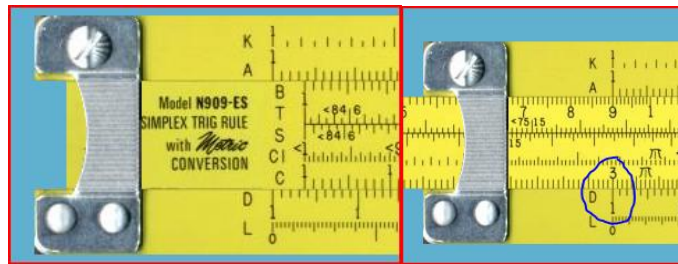


**Figura 9.2-Ejemplo resta**

## 9.3-Multiplicación

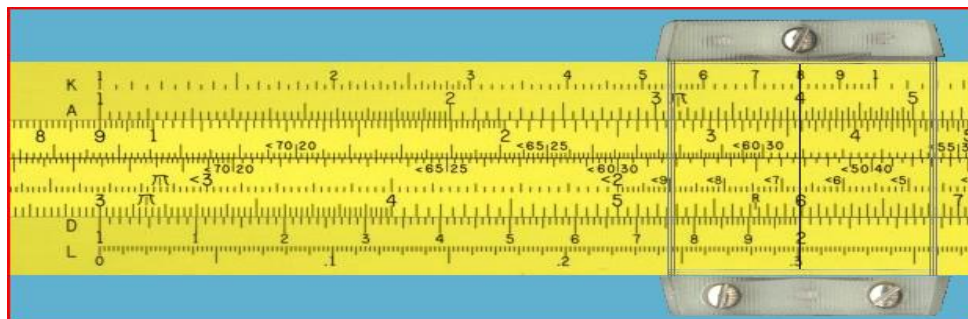
En la multiplicación se utilizan las escalas C y D de la regla de cálculo y se usa de la siguiente forma, dependiendo de los números a multiplicar moveremos la reglilla extendiéndola hacia la derecha o hacia la izquierda.

- 1- Cogemos el número que queremos multiplicar de la escala C y lo alineamos con el número 1 de la escala D moviendo la reglilla. El ejemplo que vemos a continuación es la primera imagen sin que la reglilla haya tomado un número en concreto porque no hay ningún número alineado con la escala C y D, y en la segunda imagen vemos como se alinea la escala C con la escala D. También es posible hacerlo a la inversa, es decir, el número que queremos multiplicar colocarlo por debajo del 1 de la escala C.



**Figura 9.3-Ejemplo alineación de escalas al multiplicar**

- 2- Más tarde ya solo queda observar el resultado de la multiplicación, una vez alineados movemos el cursor para colocarlo sobre el número que queremos multiplicar en la escala D. En la foto observamos como el cursor se ha colocado sobre el número 2 de la escala D y el producto es 6. La operación es  $3 \times 2 = 6$ . El resultado se encuentra en la escala C.



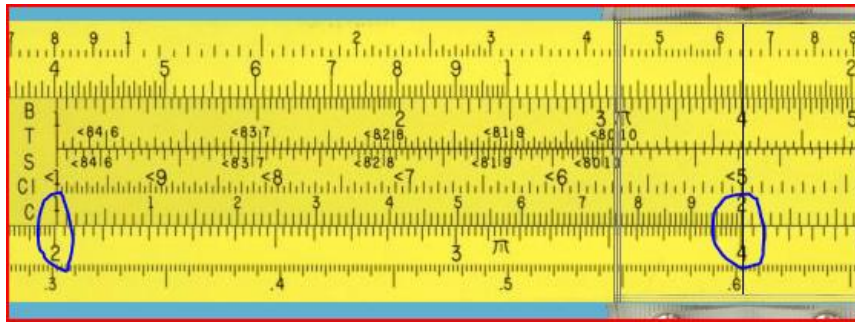
**Figura 9.4-Ejemplo alineación de escalas al multiplicar**

Hay algunos casos en que al operar con las escalas inferiores no es posible hallar resultado porque al mover la reglilla hacia la derecha y colocar el cursor sobre la operación, no encontramos resultado porque la reglilla no está bajo el cursor. Para resolverlo hay que dar la vuelta a la operación.

## 9.4-División

En la división se utilizan las escalas C y D de la regla de cálculo y operamos de la siguiente forma:

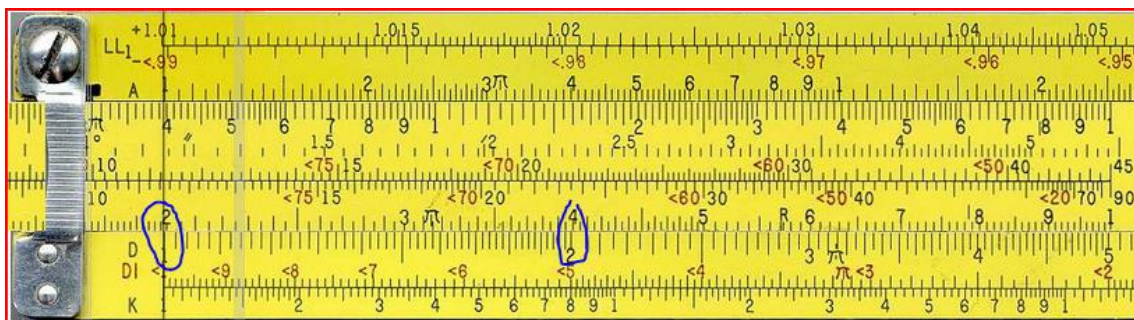
- 1- Ubicamos el dividendo en la escala D y colocamos el cursor sobre él.
- 2- Ubicamos el divisor en la escala C de manera que esté alineado con el dividendo con la ayuda del cursor.
- 3- El cociente se encuentra en la escala D que está justo debajo del índice de la escala C



**Figura 9.5-Ejemplo alineación de escalas al dividir**

En el ejemplo podemos observar la operación  $4:2=2$ . Y como explico anteriormente se observa que la escala D y la C están alineadas en divisor y dividendo. Divisor=2, Dividendo=4, Cociente=2.

Si el divisor es más grande que el dividendo la reglilla se extiende hacia la izquierda (figura 9.6), si el divisor es más pequeño que el dividendo la reglilla se mueve hacia la derecha (figura 9.5) y en todos los casos el cociente es el número sobre D que está en oposición de la escala C.



**Figura 9.6-Ejemplo alineación de escalas al dividir. Divisor más grande**

Al dividir en las escalas inferiores se hallará el resultado frente a C 1 o C 10, de cuyos puntos uno caerá siempre dentro de las escalas. Al dividir en las superiores se hallará el resultado frente a B 1, B 10 o B 100, de cuyos puntos, siempre uno y en la mayoría de los casos dos caerán dentro de las escalas.

## 9.5-Multiplicación doble

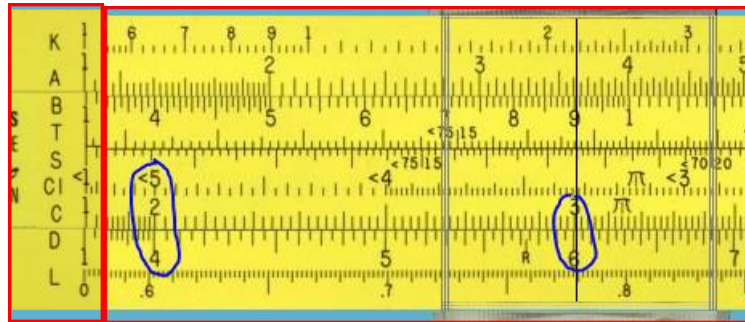
Cuando hablamos de multiplicación doble nos referimos a una operación que se multiplica dos veces, por ejemplo,  $4 \times 3 \times 5$ .

En la multiplicación doble se utilizan las escalas C-D-CI o D-CI-DF-CF dependiendo de la regla que tengas, vamos a explicarlo con el ejemplo anterior.

- 1- Colocamos el cursor sobre el 4 en la escala D



- 2- Colocar el 5 en la escala CI bajo la misma raya del cursor, alineado con el 4
- 3- Mover el cursor al 3 de la escala C y leer el producto en la escala D



**Figura 9.7-Ejemplo multiplicación doble**

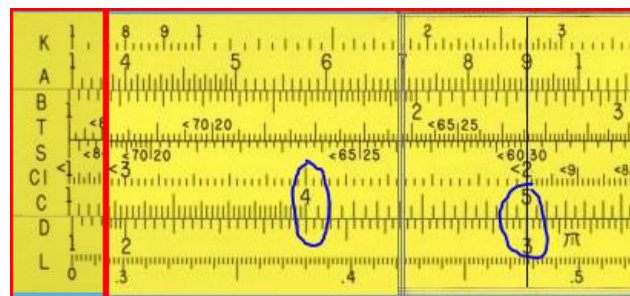
Podemos observar el resultado final de la operación  $4 \times 3 \times 5 = 60$ .

## 9.6-División doble

En división doble se utilizan las escalas C-D-CI de la regla de cálculo y se usa de la siguiente forma, pondremos un ejemplo.

Ejemplo:  $24 / (2 \times 4)$

- 1- Colocamos el cursor sobre el 24 escala D
- 2- Ajustamos el 4 de la escala C con el numero anterior
- 3- Movemos el cursor hacia el 2 de la escala CI y observamos el resultado



**Figura 9.8-Ejemplo división doble**

## 9.7- Cuadrado y raíz cuadrada.

### La lectura de cuadrados y raíces cuadradas

La lectura de elevación al cuadrado y raíces cuadradas no tiene gran dificultad, ya que se representan en las escalas superiores y en la mitad de las inferiores por tanto se halla en A el cuadrado de cualquier número marcado en D.



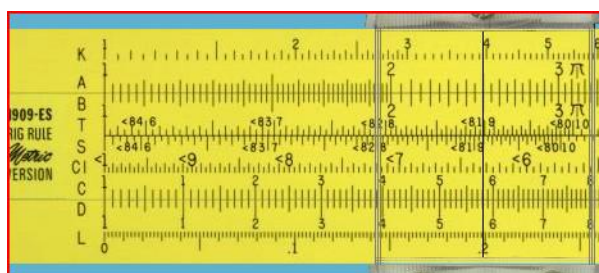
**Figura 9.9-Ejemplo de lectura cuadrado**

En la imagen anterior podemos observar cómo se tiene que colocar la regla para la lectura de cuadrados, se ve marcado el  $3^2 = 9$ . El cuadrado de un número se halla ajustando éste en D y leyendo el que coincida con él en A. También es posible ajustar en C el número a elevar al cuadrado y leer el resultado en B. Para hallar la colocación de la coma sirva un cálculo mental, según indican los siguientes ejemplos:

$0.369^2$ . Se coloca el trazo del cursor encima de D 3-6-9 y se lee en A 1-3-6 por aproximación. El resultado debe caer entre  $0,3^2 = 0,09$  y  $0,4^2 = 0,16$ . Es pues 0,136.

En los ajustes y en las lecturas tenemos que ir acostumbrándonos a operar sólo con los números y determinar posteriormente el valor decimal mediante un cálculo mental redondeado, intentando evitar que se coloque la coma en un lugar indebido para reducir así el error del resultado.

Si el paso de una escala inferior a otra superior significa elevar al cuadrado, la operación inversa ha de dar, lógicamente, la raíz cuadrada. La raíz cuadrada se halla fijando el radicando en A y leyendo frente a él en D el resultado. Pero el extraer raíces cuadradas no es tan fácil como calcular cuadrados.



**Figura 9.10-Ejemplo de raíz cuadrada**

En la imagen anterior podemos observar el ejemplo de  $\sqrt{2,5} = 1,58$ . Dependiendo del modelo de la regla al extraer la raíz cuadrada es preciso averiguar, antes de nada, si se ha de fijar el radicando en el sector izquierdo o derecho. A la izquierda están los radicandos de 1 a 10, y a la derecha los de 10 a 100.

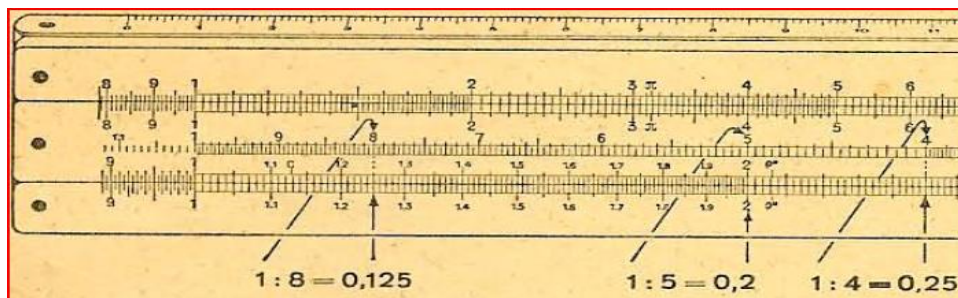
Cuando el radicando es inferior a 1 o superior a 100, se realiza una pequeña operación para situarlo entre 1 y 100.

Por ejemplo:  $\sqrt{1350} = \sqrt{13,5} \times \sqrt{100} = \sqrt{13,5} \times 10 = 36,74$  o  $\sqrt{0.45} = \sqrt{45} : \sqrt{100} = \sqrt{45} : 10 = 0,67$

## 10.- La escala recíproca

En varios modelos de reglas de cálculo tienen entre las escalas B y C otra en sentido opuesto. Se llama escala recíproca y va marcada con la letra R o CI. Como contiene las mismas divisiones que las escalas C y D resulta fácil de leer, pero ha de tenerse en cuenta que se mueve en sentido contrario. Para facilitar la explicación es recomendable realizar una serie de ejercicios para su lectura y ajuste. Esta escala aumenta el campo de aplicación de la regla de cálculo.

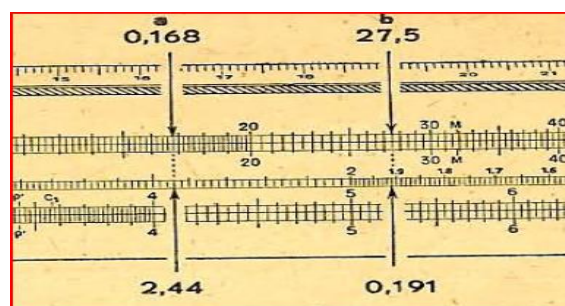
1- Varias veces es necesario buscar el valor recíproco. Se realizara fácilmente, con un solo ajuste sobre esta escala. Se sitúa el trazo del cursos sobre un número en escala C, como por ejemplo 5. El valor recíproco  $1:5 = 0,2$  se halla en la escala R o CI. La coma debe ser colocada correctamente para no tener fallos graves. También se puede colocar el número en la escala R por ejemplo el 8, y en C se encuentra el calor recíproco  $1:8 = 0,125$ .



**Figura 10.1-Ejemplo 1:8, 1:5**

2- Para buscar resultados de  $1 : a^2$  es simple ya que anteriormente he explicado cómo encontrar las raíces cuadradas y las lecturas de cuadrados. En este caso nos basaremos en la lectura de cuadrados. Tenemos que colocar el cursor sobre a en la escala R y se leerá encima de B el resultado de  $1:a^2$ . Por ejemplo  $1:2,44^2 = 0,168$

3. Para buscar  $1 : \sqrt{a}$  nos basaremos en la lectura de las raíces cuadradas, se coloca el cursor sobre a en la escala B y se encuentra el resultado en R. Por ejemplo  $1:\sqrt{27,5}=0,61$ .



**Figura 10.2-Ejemplo 1 : a<sup>2</sup> y 1 : √a**

4. Varias veces se tiene que multiplicar tres valores, para este cálculo se necesitan dos operaciones. Primero se multiplican los dos primeros números, luego el resultado con el tercero. Pero todo esto aplicando la escala R, todo se hace con un solo ajuste. En la siguiente figura se indica el problema  $0,66 \times 20,25 \times 2,38$ . El primer factor 0,66 se hace coincidir en D con el segundo 20,25 en R y se realiza la multiplicación dividiendo la primera cifra por el valor recíproco de la segunda. A continuación se busca en C el valor 2,38 para encontrar debajo de él, en D el resultado, 31,8. Debe grabarse bien en la memoria el orden en que han de aplicarse las tres escalas: primero D, luego R, finalmente C y el resultado en D.

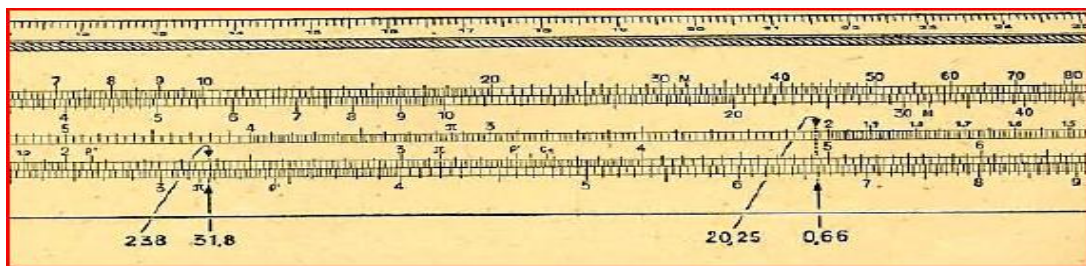


Figura 10.3-Ejemplo  $0,66 \times 20,25 \times 2,38$

## 11.- La escala trigonométrica.

La regla de cálculo es un dispositivo profundo de la trigonometría, sin un buen conocimiento de qué significan las funciones trigonométricas, obtener un resultado correcto no siempre será fácil.

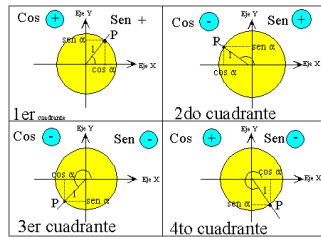
Las escalas trigonométricas contienen ángulos desde alrededor de  $0,5^\circ$  hasta  $90^\circ$  y  $85,5^\circ$  para las tangentes. El ángulo se encuentra en la escala trigonométrica, y el valor se lee en las escalas C/CI o D/DI (como siempre dependiendo de la regla de cálculo que utilizemos), y se ajusta por un factor de diez. Las escalas vienen en dos variedades - S y T, S para Senos/Cosenos, y T para Tangentes/Cotangentes.

### **Ángulos en Radianes**

No hay escalas con ángulos en radianes. La conversión entre grados y radianes se consigue multiplicando o dividiendo por  $(\pi/180)$ , que se encuentra cerca de la letra griega Delta minúscula, alrededor del 1,7 en C. Es 100 veces demasiado grande, por lo que tendrá que ajustar su resultado por un factor de 100.

### **Ángulos fuera del primer cuadrante**

Para ángulos mayores de  $90^\circ$  o menores que cero, se emplean las identidades de traslación y simetría apropiadas, que pueden involucrar sumar o restar múltiplos de  $90$ , que debe hacerse mentalmente. Hay muchas identidades trigonométricas, y más de una forma de escribir cada una de ellas.



**Figura 11.1-Angulos mayores de 90º**

## Funciones Inversas

Las reglas de cálculo siempre tienen la función inversa de todas operaciones, en este caso la función inversa en la trigonometría nos señala los valores del arco seno, arco coseno.

## Instrucciones

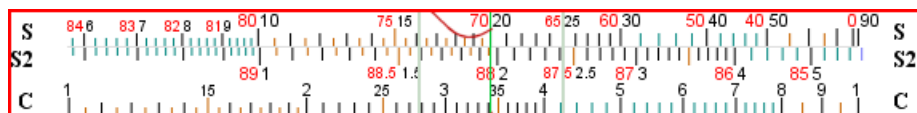
Utilizaremos la reglilla con una configuración para las trigonométricas, las escala C/CI y si sus escala trigonométricas están en el cuerpo, utilizaremos D/DI.

También utilizaremos las escalas S2 y T2 en vez de la escala ST, pero si la regla contiene la escala ST, se puede usar en lugar de S2 y T2, con un pequeño error. El nombre de las escalas es S/ ST porque hacen referencia a Sin y Sin/tg. Estas escalas en los modelos Faber Castell están dando la vuelta de la reglilla.

Para poder operar de este modo el ángulo tiene que estar entre 0º y 90º. Si es mayor o menor se tendrá que utilizar identidades de la trigonometría, como  $\sin(110^\circ) = \cos(90^\circ - 110^\circ) = \cos(-20^\circ) = \cos(20^\circ)$ .

## Sin x:

Primero colocamos en la escala S o escala S2 x y ponemos el cursor sobre él, leemos bajo el cursor, en la escala C el resultado y dividimos entre 10, en caso de que sea S2 dividimos entre 100



**Figura 11.2-Ejemplo Sin 20º= 0,34**

## Cos x:

Colocamos en escala S o inversas de S2 x, sobre la x colocamos el cursor y leemos en C el resultado, dividimos entre 10, en caso de que sea S2 dividimos entre 100.



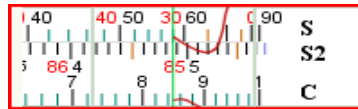


Figura 11.2-Ejemplo  $\cos 32^\circ = 0,84$

**Tg x:**

X se encuentra en las escalas directa o inversa de T o T2, colocamos el cursor sobre x, si  $x < 45^\circ$  el resultado lo leemos en C y dividimos entre 10 y si esta en T2 entre 100. Si  $x > 45^\circ$  el resultado se encuentra en CI y multiplicamos por 10.

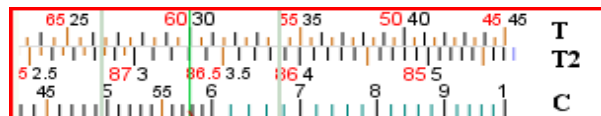


Figura 11.3-Ejemplo  $\tan 30^\circ = 0,578$

**Arcsin x:**

Ponemos el cursor sobre x en C, si x esta entre 0,1 y 1 usaremos la escala S y si x esta entre 0,01 y 0,1 usaremos S2, para leer el resultado simplemente buscando en la escala S o S2 en función de x.



Figura 11.4-Ejemplo  $\arcsin 0,53 = 32^\circ$

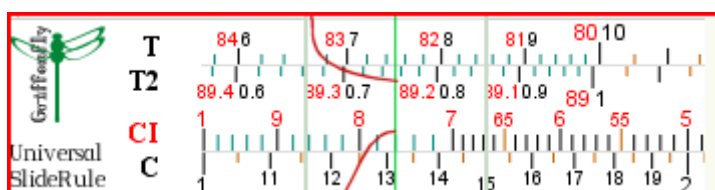
**Arccos x:**

Igual que el arcsin, ponemos el cursor sobre x en C, si x esta entre 0,1 y 1 usaremos la escala S y si x esta entre 0,01 y 0,1 usaremos S2, para leer el resultado simplemente buscando en la escala S o S2 en función de x.

**Arctg x:**

Hay dos opciones

- Si  $x < 1$  ponemos x en escala C, en este caso si  $x < 0,1$  leemos el resultado bajo el cursor en la escala T2, y en caso de  $x > 0,1$  observamos resultado en T
- Si  $x > 1$  colocamos x en la escala CI y si es  $x < 10$  el resultado se obtiene en la escala inversa de T, en caso contrario y está bajo el cursor en escala inversa de T2.



$\arctan 76,0$      $76 > 1$ , entonces ponemos cursor en 7,6 de CI     $76 > 10$ , entonces buscamos el resultado en escala inversa de T2    resultado es  $89,246^\circ$

## 12.- Calculando Logaritmos y Potencias de 10

### Introducción.

Los logaritmos y las potencias de 10 se calculan de una forma similar a cuadrados y raíces con la escala B, pero en este caso con la escala L, y la parte complicada es como en la escala B, no encontrar el valor sino ajustar posición decimal. Una vez has cogido práctica a la posición decimal el cálculo es muy rápido, es seguir una serie de pasos que cuando no sepas hacerlo los aplicas.

Dependiendo de la regla de cálculo la escala que utilizaremos estará en una posición diferente, si la regla tiene la escala L en la reglilla usaremos las escalas C y CI, pero si se la escala L se encuentra en el cuerpo de la regla, usaremos las escalas D y DI en su lugar. Las posiciones numéricas en C y CI serán de números decimales entre 1 y 10 y los números de la escala L irán de 0 hasta 1.

Usaremos el término mantisa para referirnos a la parte decimal de un número en su forma habitual, por lo que la mantisa de 3,77 es 0,77, lo usaremos para no confundirnos.

### Calcular Logaritmos base 10 con L

#### Calcular $y = \log$ (base 10) de x usando L y C

Convertimos x en su notación científica y leemos la mantisa de L en xC.  $Y = \text{mantisa} + \text{exponente } x$ . En la figura 12.1 el  $\log 20$ , método L,C.  $20 \rightarrow 2 \cdot 10^1$  y colocamos en C el dos para ver su mantisa en L = 0,301.  $0,301 + \text{exponente de } x = 0,301 + 1 = 1,301$ .



Figura 12.1-Ejemplo  $\log 20$ .

#### Calcular $y = \log$ (base 10) de x, usando L y CI

Es igual al anterior solo que la lectura de mantisa de L se coloca en xCI. Convertimos x en su notación científica y leemos la mantisa de L en xCI.  $Y = \text{mantisa} + \text{exponente } x$ .

Figura 12.2 vemos el ejemplo,  $\log 0,02$ , usando el método L,C.I.  $0,02 \rightarrow 2 \cdot 10^{-2}$ . Colocamos en CI 2 y leemos en L mantisa.  $y = 0,7 + (-2) + 1 = -1,7$

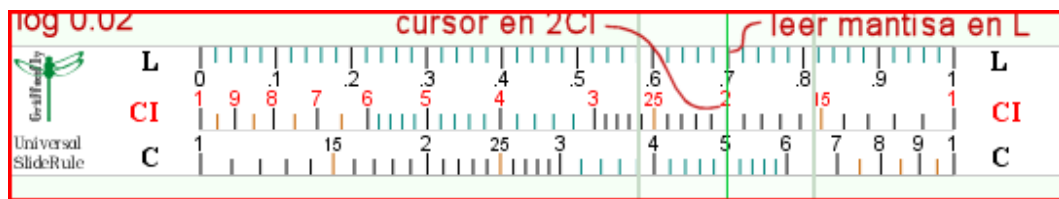


Figura 12.2-Ejemplo  $\log 0,02$ .

Calcular una potencia de 10 con L

Calcular  $y = 10$  a la  $x$ , usando L y C

Partimos  $x$  en un número entero y una mantisa positiva, la mantisa positiva la colocamos en L y leemos el resultado en C. Este apartado tiene la dificultad de la colocación de la coma. Ejemplo figura 12.3 cogemos como número entero -2, y como mantisa -0,4, como la mantisa tiene que ser positiva, le restamos uno al número entero y se lo sumamos a la mantisa, quedaría número entero -3 y mantisa 0,6, colocamos 0,6 en la escala L y hacemos la lectura en C, y el resultado queda rondando el 4, es decir el resultado aproximadamente 0,004, hay que respetar correctamente la posición de la coma para que sea correcto el resultado.

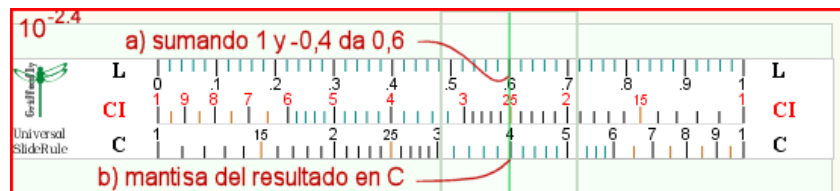


Figura 12.3-Ejemplo  $10^{-2,4}$ .

## 13.- Cubo y raíz cubica

Las reglas de cálculo sistema RIETZ y algunas otras contienen una escala especial que permite cubicar y hallar raíces cúbicas sin necesidad de mover la reglilla, bastando el cursor.

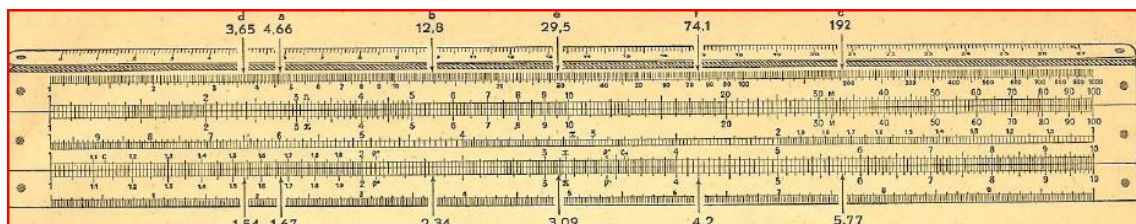


Figura 13.1-Raíz cubica y cubo.



La escala cúbica Cu tiene tres sectores, de 1 a 10, de 10 a 100 y de 100 a 1000. Para elevar un número al cubo se busca el número que vamos a elevar y lo colocamos en la escala D, con ayuda del cursor leemos en la escala Cu el resultado. Como podemos ver en la imagen 13.1, los ejemplos  $1,54^3 = 3,65$ ,  $2,34^3 = 12,8$ .

Para realizar la raíz cúbica se obtiene realizando la operación a la inversa, es decir, colocamos el número que vamos a operar con él en la escala Cu y con la ayuda del cursor, obtenemos el resultado en D. También podemos ver ejemplos en la imagen 13.1,  $\sqrt[3]{29,5} = 3,09$  y  $\sqrt[3]{174,1} = 4,2$ .

Si el radicando es inferior a 1 o mayor de 1000 se separan potencias adecuadas de 1000, para que el radicando este entre 1 y 1000

$$\sqrt[3]{0,645} = \sqrt[3]{645} : \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{645} : 10 = 8,64 : 10 = 0,864$$